

Anmeldelse af det tekniske grundlag m.v.

I henhold til § 2, stk. 7, jf. § 2, stk. 8, i bekendtgørelse om pensionskassevirksomhed og anmeldelse af det tekniske grundlag m.v. for firmapensionskasser skal pensionskassen hvert år inden udgangen af juni indsende en sammenskrivning af kassens samlede gældende anmeldte tekniske grundlag m.v. til Finanstilsynet. Det sammenskrevne tekniske grundlag m.v. skal inkludere alle anmeldelser af det tekniske grundlag m.v., der i henhold til § 13, stk. 1, i lov om tilsyn med firmapensionskasser er indsendt til Finanstilsynet inden udgangen af det foregående år. Det sammenskrevne tekniske grundlag m.v. må ikke indeholde tidligere anmeldte regler og satser, der ikke længere er gældende ved udgangen af det foregående år. Ved pensionskasser forstås: Pensionskasser med hjemsted i Danmark, der har tilladelse til at drive virksomhed efter § 10 i lov om tilsyn med firmapensionskasser. Ved pensionskasser forstås tillige pensionskasser i lande uden for Den Europæiske Union, og som Fællesskabet ikke har indgået aftale med på det finansielle område, der har tilladelse til at drive virksomhed efter lovens § 10.

Brevdato
30. juni 2014
Pensionskassens navn
Danmarks Nationalbanks Pensionskasse under afvikling
Offentlig tilgængelighed
Det sammenskrevne samlede anmeldte tekniske grundlag m.v. er offentlig tilgængeligt, medmindre pensionskassen hér angiver, at grundlaget m.v. indeholder dele, der i henhold til bekendtgørelsens § 5, stk. 2, ikke er offentlig tilgængelige, og tillige indsender et ekstra eksemplar af det sammenskrevne tekniske grundlag m.v. til Finanstilsynet, hvor disse dele er udeladt, jf. bekendtgørelsens § 2, stk. 8.
Det samlede tekniske grundlag indeholder ikke dele, der ikke er offentlige tilgængelige.
Sammenskrevet gældende anmeldt teknisk grundlag m.v.
Pensionskassen skal angive en sammenskrivning af det samlede anmeldte tekniske grundlag m.v., jf. bekendtgørelsens § 2, stk. 7 og 8.
Det samlede tekniske grundlag er vedlagt
Navn
Angivelse af navn
Hugo Frey Jensen Formand for bestyrelsen
Dato og underskrift
30/6-14 Hugo Frey Jensen
Navn
Angivelse af navn
Britta Gaarde Medlemsvalgt bestyrelsesmedlem
Dato og underskrift
1/7-14 Britta Gaarde

Danmarks Nationalbanks Pensionskasse under afvikling

Teknisk grundlag

1. januar 2014

Indhold

1	Indledning	5
2	Tegningsgrundlag	7
2.1	Risikoparametre	7
2.1.1	Tegningsrente	7
2.1.2	Sikkerhedstillæg	7
2.1.3	Dødelighed	7
2.1.4	Invaliditet	8
2.1.5	Kollektive ægtefælleelementer	8
2.1.6	Kollektive børneelementer	9
2.2	Beregningsregler	10
2.2.1	Aldersberegning	10
2.2.2	Opgørelse af kapitalværdier	10
2.3	Anvendte forsikringsformer	10
2.4	Aktuarmæssige pensionsbidrag	11
2.5	Beregning af pensionshensættelsen på tegningsgrundlaget	11
2.5.1	Pensionshensættelse fra alder 65	11
2.5.2	Tillægshensættelse	12
2.6	Indskud	12
2.6.1	Overførelse af pensionsrettigheder	12
2.6.2	Udnævnelser	12
2.7	Bonustilskrivning	12
2.8	Genforsikring	13
2.9	Udtrædelsesgodtgørelse	13
2.10	Helbredsoplysninger	13
3	Opgørelse til markedsværdi	15
3.1	Pensionshensættelserne	15
3.2	IBNS	15
3.3	Realisationsrisiko	15
3.4	Markedsværdiparametre	15
4	Kapitalværdier	19
4.1	Oversigt over forsikringsformer	19
4.1.1	Etlivsforsikringer uden invalideydelse	19
4.1.2	Etlivsforsikringer med invalideydelse	19

4.1.3	Etlivsforsikringer med kollektive elementer uden invaliditetsydelse	19
4.2	Numeriske metoder	19
4.2.1	Konventioner	19
4.2.2	Laplace's formel med 5 nedstigende differenser	20
4.2.3	Trapezformel	20
4.2.4	Simpson's kvadraturformel	20
4.3	Kapitalværdier uden forsikringslementer	20
4.3.1	Betegnelser	20
4.3.2	Annuiteter	20
4.4	Kapitalværdier for etlivsforsikring uden invaliditetsydelse	21
4.4.1	Betegnelser	21
4.4.2	Antagelser	21
4.4.3	Begrænsninger	21
4.4.4	Dekrementstørrelser	21
4.4.5	Kommutationsfunktioner	22
4.4.6	Den generelle form for kapitalværdierne	22
4.4.7	Renteforsikringer	22
4.5	Kapitalværdier for etlivsforsikring med invaliditetsydelse	23
4.5.1	Betegnelser	23
4.5.2	Antagelser	23
4.5.3	Dekrementstørrelser	24
4.5.4	Kommutationsfunktioner	24
4.5.5	Den generelle form for kapitalværdierne	24
4.5.6	Sumforsikringer	24
4.5.7	Renteforsikringer	25
4.6	Kollektive forsikringer uden invalideydelser	25
4.6.1	Betegnelser	25
4.6.2	Antagelser	26
4.6.3	Dekrementstørrelser	26
4.6.4	Sandsynlighedsfunktionernes beregning	26
4.6.5	Kommutationsfunktioner	27
4.6.6	Den generelle form for kapitalværdierne	27
4.6.7	Renteforsikringer	28

Kapitel 1

Indledning

Dette tekniske grundlag er opbygget omkring G82 med de grundformer, Danmarks Nationalbanks Pensionskasse under afvikling, herefter Pensionskassen, anvender.

Det tekniske grundlag er en sammenskrivning af tidligere anmeldelser med virkning fra 1. januar 2014. Der beskrives alene de forhold, der er gældende i bestanden fra nævnte dato. Der henvises til tidligere anmeldelser for en beskrivelse af tidligere forhold, overgangsordninger mv., som ikke længere anvendes.

Pensionskassen tilbyder ydelsesdefineret pensionsordninger indeholdende alderspension, invalidepension, ægtefællepension og børnepension. Størrelsen af et medlems optjente pensioner fremgår af pensionsregulativet.

Det tekniske grundlag indeholder følgende:

1. De former for pensioner, som pensionskassen agter at anvende, jf. kapitel 2 og 4.
2. Grundlaget for beregning af pensionsbidrag, udtrædelsesgodtgørelse og kapitalværdien af den optjente pension, jf. kapitel 2.
3. Regler for beregning og fordeling af overskud til medlemmer og andre pensionsberettigede efter pensionsaftalen, jf. kapitel 2.7.
4. Principper for genforsikring, herunder beløbsgrænser, jf. kapitel 2.8
5. Regler for hvornår medlemmerne skal afgive helbredsoplysninger til bedømmelse af risikoforholdene. jf. kapitel 2.10
6. Grundlaget for beregning af pensionshensættelser, jf. kapitel 3
7. Regler for overførelser til og fra pensionskassen, jf. kapitel 2.6 og 2.9

Kapitel 2

Tegningsgrundlag

Risikoparametre til beregning af pensionshensættelsen på tegningsgrundlaget for aktuelle og til beregning af udtrædelsesgodtgørelsen og nettobidraget for eventuelle, består af en tegningsrente reduceret med et sikkerhedstillæg og en kønsopdelt dødelighed.

2.1 Risikoparametre

2.1.1 Tegningsrente

Tegningsrenten udgør 0,75%.

Tegningsrente blev sat ned fra 2% til 1,25% den 31. december 2005 og fra 1,25% til 0,75% 1. juli 2008.

Nedsættelsen fra 2% til 0,75% er ugaranteret, dvs. hvis der på et tidspunkt i følge de af Finanstilsynets fastsatte retningslinjer måtte blive mulighed for at anmelde en forhøjelse af tegningsrenten, vil denne kunne forøges indtil 2%, ved at hensættelsen for retten til pension fra alder 65 år og tillægshensættelsen for retten til førtidspension begge vil blive fastholdt på det pågældende tidspunkt, og det aktuarmæssige pensionsbidrag og det aktuarmæssige tillægsbidrag vil kunne blive nedsat.

2.1.2 Sikkerhedstillæg

Sikkerhedstillægget fastsættes som en reduktion af tegningsrenten på 0,4798%. Sikkerhedstillægget anvendes til imødegåelse af såvel et omkostningsunderskud som et risikounderskud. Omkostningstillægget udgør 0,0232%, mens tillægget på de biometriske risici udgør 0,4566%

2.1.3 Dødelighed

Pensionskassens anvender en kønsopdelt dødelighed angivet ved:

Mænd, grundlag G82M

Idet x betegner alderen, er dødsintensiteten for mænd på G82M givet ved

$$\mu_x = 0,0005 + 10^{5,88+0,038x-10}$$

For ydelser til forældreløse benyttes $\omega = 0,05$.

Kvinder, grundlag G82K

Idet x betegner alderen, er dødsintensiteten for kvinder på G82K givet ved

$$\mu_x = 0,0005 + 10^{5,728+0,038x-10}$$

For ydelser til forældreløse benyttes $\omega = 0,30$.

2.1.4 Invaliditet

Der anvendes forsikringsformer med udbetaling ved invaliditetsgrader på 2/3 del og derover.

Mænd, grundlag G82M

Idet x betegner alderen, er intensiteten for mænd på G82M givet ved

$$\mu_x = 0,0004 + 10^{4,54+0,06x-10}$$

Der regnes ikke med reaktivering.

Kvinder, grundlag G82K

Idet x betegner alderen, er intensiteten for kvinder på G82K givet ved

$$\mu_x = 0,0006 + 10^{4,71609+0,06x-10}$$

Der regnes ikke med reaktivering.

2.1.5 Kollektive ægtefælleelementer

Henvisning: Afsnit 4.6.1.

Mænd

For mandlige forsikrede anvendes følgende risikoparametre

$$\gamma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ 0,15 \cdot 10^{\frac{-(x-28)^2}{28(x-15)}} & , x > 15 \end{cases}$$

$$\sigma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ 0,012 \cdot 10^{\frac{-(x-15)^2}{1600}} & , x > 15 \end{cases}$$

$$\lambda_x = 0,615x + 8$$

$$s_x = \left(0,21 - \frac{1}{x-10}\right) x$$

Kvinder

For kvindelige forsikrede anvendes følgende risikoparametre

$$\gamma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 12 \\ 0,13 \cdot 10^{\frac{-(x-24)^2}{20(x-12)}} & , x > 12 \end{cases}$$

$$\sigma_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 12 \\ 0,02 \cdot 10^{\frac{-(x-12)^2}{2100}} & , x > 12 \end{cases}$$

$$\lambda_x = 0,915x + 4$$

$$s_x = \left(0,21 - \frac{1}{x-7}\right) x$$

Ægteskab/Samlivsforhold

Henvisning: Afsnit 4.6.4.

Uanset den kollektive ægtefællemodel, jf. kapitel 4.6, er en ægtefælle kun pensionsberettiget, såfremt det fremgår af Pensionskassens vedtægter og pensionsregulativ.

En ægtefælle vil altid være af det modsatte køn end forsikrede i beregningsmæssig henseende.

2.1.6 Kollektive børneelementer**Mænd**

For mandlige forsikrede anvendes følgende risikoparametre

$$c_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 15 \\ 0,15 \cdot 10^{\frac{-(x-28)^2}{11(x-15)}} & , x > 15 \end{cases}$$

Kvinder

For kvindelige forsikrede anvendes følgende risikoparameter

$$c_x = \begin{cases} 0 & , x \leq 12 \\ 0,13 \cdot 10^{\frac{-(x-24)^2}{7(x-12)}} & , x > 12 \end{cases}$$

2.2 Beregningsregler

2.2.1 Aldersberegning

Ved opgørelser ultimo året beregnes alderen som fyldt alder i hele år.

2.2.2 Opgørelse af kapitalværdier

Ved opgørelse af kapitalværdier anvendes passiver og aktiver med en aldersreduktion på 3 år. Passivet og aktivet for et medlem i alder x opgøres derfor som passivet hhv. aktivet regnet i alder $x-3$.

Passiver og aktiver ved opgørelse i løbet af året beregnes ved lineær interpolation mellem de nærmeste to hele aldre opgjort ultimo året.

2.3 Anvendte forsikringsformer

Pensionskassen tilbyder alderspension (AP), invalidepension (IP), ægtefællepension (ÆP) og børnepension (BP). Størrelsen af pensionerne fremgår af pensionsregulativet.

Den ordinære pensionsalder er 65 år og medlemmer har mulighed for førtidspension fra alder 60.

Der anvendes følgende forsikringsformer, hvor u angiver udløbsalderen. Beregningen af passivet for hver forsikringsform fremgår af kapitel 4.

- $K_{125}(x, u - x)$ - Livsbetinget livsforsikring
- $K_{210}(x)$ - Livsvarig livrente
- $K_{211}(x, u - x)$ - Opsat livrente
- $K_{325}(x, u - x)$ - Aktivbetinget livsforsikring
- $K_{410}(x)$ - Ophørende aktivrente
- $K_{415}(x, u - x)$ - Ophørende invaliderente
- $K_{810}(x)$ - Livsvarig kollektiv ægtefællepension
- $K_{840}(x, 21)$ - Kollektiv børnerente
- $K_{850}(x, 21)$ - Kollektiv waisenrente

2.4 Aktuarmæssige pensionsbidrag

For tjenestegørende medlemmer, herunder medlemmer med opsat pension, opgøres det aktuarmæssige bidrag og det aktuarmæssige tillægsbidrag ud fra ækvivalensprincippet, således, at kapitalværdien af de afgivne pensionstilsagn fratrukket kapitalværdien af pensionsbidragene udgør udtrædelsesgodtgørelsen.

2.5 Beregning af pensionshensættelsen på tegningsgrundlaget

Ved beregning af pensionshensættelserne anvendes følgende:

$AP(x)$ = Alderspension ved pensionering i alder x

$BP(x)$ = Børnepensionen ved pensionering i alder x

$B(x)$ = Det aktuarmæssige bidrag ved pensionering i alder x

De samlede pensionshensættelser består af hensættelser for retten til alderspension mv. fra alder 65 (herefter pensionshensættelsen fra alder 65) samt en tillægshensættelse for retten til førtidspension.

2.5.1 Pensionshensættelse fra alder 65

Pensionshensættelsen for medlem i alder x , der ikke er pensioneret, opgøres som:

$$PH(x) = AP(65) \cdot (K_{211}(x-3, 65-3) + K_{415}(x-3, 65-3)) + \mathcal{A}EP \cdot K_{810}(x-3) + BP \cdot (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3)) - B(65) \cdot K_{410}(x-3, 65-3)$$

Pensionshensættelsen for medlem i alder x , der modtager alderspension opgøres som:

$$PH(x) = AP \cdot K_{210}(x-3) + \mathcal{A}EP \cdot K_{810}(x-3) + BP \cdot (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3))$$

Pensionshensættelsen for en ægtefælle i alder x , opgøres som:

$$PH(x) = \mathcal{A}EP \cdot K_{210}(x-3)$$

Pensionshensættelsen for en børnepensionist, opgøres som::

$$PH(x) = BP \cdot \bar{a}_{\overline{21-x}|}$$

2.5.2 Tillægshensættelse

Tillægshensættelsen for medlem i alder x , der ikke er pensioneret, opgøres som:

$$\begin{aligned}
 PH(x) = & maks[AP(60) \cdot (K_{211}(x-3, 60-3) + K_{415}(x-3, 60-3)) \\
 & - AP(65) \cdot (K_{211}(x-3, 65-3) + K_{415}(x-3, 65-3)) \\
 & + (AP(65) - AP(60)) \\
 & \cdot (K_{210}(x-3) - K_{210}(x-3) \cdot K_{325}(x-3, 60-3) - K_{410}(x-3, 60-3)) \\
 & + \mathcal{A}P(60) \cdot K_{810}(x-3) \\
 & + (\mathcal{A}P(65) - \mathcal{A}P(60)) \cdot (K_{810}(x-3) - K_{810}(60-3) \cdot K_{125}(x-3, 60-3)) \\
 & - \mathcal{A}P(65) \cdot K_{810}(x-3) \\
 & + BP(60) \cdot (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3)) \\
 & + (BP(65) - BP(60)) \\
 & \cdot (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3) - (K_{840}(60-3) + K_{850}(60-3)) \cdot K_{125}(x-3, 60-3)) \\
 & - BP(65) \cdot (K_{840}(x-3) + K_{850}(x-3)) \\
 & + B(60) \cdot K_{410}(x-3, 60-3) \\
 & - B(65) \cdot K_{410}(x-3, 65-3); 0]
 \end{aligned}$$

For øvrige medlemmer er tillægshensættelsen 0.

2.6 Indskud

2.6.1 Overførelse af pensionsrettigheder

Medlemmer, der overfører en ordning fra et andet selskab eller pensionskasse til Pensionskassen får tillagt anciennitet svarende hertil. Anciennitetstillægget beregnes ud fra ækvivalensprincippet således at kapitalværdien af stigningen i pensionstilsagnene svarer til overførelsen. De samlede pensionstilsagn kan ikke overstige de i pensionsregulativet fastsatte grænser for pensionstilsagene. En eventuelt resterende overførelse anvendes til at mindske en eventuel overførsel fra kollektivt bonuspotentiale eller egenkapital som følge af forskel mellem det beregnede bidrag og det indbetalte bidrag.

2.6.2 Udnævnelser

Danmarks Nationalbank indbetaler beløb svarende til stigninger i hensættelser som følge af udnævnelser. Indskuddets størrelse fastsættes efter ækvivalensprincippet, således at kapitalværdien af forhøjelsen af pensionstilsagnene svarer til indskuddet.

2.7 Bonustilskrivning

Pensionskassen tilskriver ordinær bonus årligt pr. 1.7. Bonus tilskrives ved at hensættelser for retten til alders-, invalide-, ægtefælle-, børne- og efterpension

reguleres som lønninger til det tjenestegørende personale i Nationalbanken.

2.8 Genforsikring

Pensionskassen er selvforsikret.

2.9 Udtrædelsesgodtgørelse

For medlemmer, der efter pensionsregulativet har ret til udtrædelsesgodtgørelse, udgør udtrædelsesgodtgørelsen den samlede pensionshensættelsen, dvs. pensionshensættelsen fra alder 65 og tillægshensættelsen, på tegningsgrundlaget. Der tages ikke gebyr.

2.10 Helbredsoplysninger

Pensionskassen er berettiget til at kræve oplysninger om et medlems erhvervsevne ved forelæggelse af lægeattest, så længe medlemmet oppebærer invalidepension, dog længst til medlemmet fylder 60 år og ikke ud over 10 år efter invalidepensions tilkendelse.

Kapitel 3

Opgørelse til markedsværdi

3.1 Pensionshensættelserne

De samlede pensionshensættelser opgøres i henhold til kapitel 2.5, dog med markedsværdiparametre. Ved opgørelsen fastholdes pensionstilsagn og bidrag. De samlede pensionshensættelser forhøjes med tillæg for uafsluttet sager om invaliditet (IBNS-hensættelse) og realisationsrisiko.

3.2 IBNS

Der foretages et tillæg til den samlede pensionshensættelsen for sager vedrørende invaliditet, som ikke er afsluttet. Tillægget foretages ud fra den konkrete sag.

3.3 Realisationsrisiko

Tillæg for realisationsrisiko udgør 5% af den samlede pensionshensættelse inklusiv IBNS-hensættelse med reduktion af det beløb, som sikkerhedstillægget udgør, jf. kapitel 3.4

3.4 Markedsværdiparametre

Rente:

Pensionskassen anvender den af Finanstilsynet offentliggjorte justerede løbetidsafhængige diskonteringsrentekurve.

Rentekurven reguleres med sikkerhedstilæg på 5%, pensionsafkastskat og inflationstakst.

Rentekurven reduceres med en inflationstakst, da pensionstilsagnene reguleres ud fra stigningen i lønniveauet. Inflationstaksten svarer til den danske inflationskurve med en forventede realønsstigning på 0%.

Det i'te punkt på den anvendte rentekurve udgør:

$$r_2^i = \frac{1 + r_1^i \cdot (1 - SHT) \cdot ((1 - FB) \cdot (1 - PAL) + FB)}{1 + INF^i}$$

Hvor

- r_1^i = Den af Finanstilsynet offentliggjorte rente i punkt i
- SHT = Det anvendte sikkerhedstillæg
- FB = Friholdelsesbrøk
- INF^i = inflationskurven i punkt i
- PAL = Pensionsafkastskat

Risiko:

For både mænd og kvinder anvendes Finanstilsynets benchmark for dødeligheden og levetidsforbedringer.

Dødelighedsintensiteten fastsættes separat for kvinder og mænd, således at alle faktorer i formelen er kønsafhængige.

Dødsintensitet for hhv. mænd og kvinder (k) er givet som:

$$\bar{\mu}^{ad,k}(x, 2012) = \bar{\mu}^{ad,k}(x, 2012) \exp(\beta_1 r_1(x) + \beta_2 r_2(x) + \beta_3 r_3(x))$$

Hvor x er forsikredes alder og $\bar{\mu}^{ad,k}(x, 2012)$ er Finanstilsynets benchmark dødelighed pr. 2012.

Basisfunktionerne $r_i(x)$ er givet som:

$$r_i(x) = \begin{cases} 1 & , x \leq x_{i-1} \\ (x_i - x)/20 & , x_{i-1} < x < x_i \\ 0 & , x \geq x_i \end{cases}$$

for $i = 1, 2, 3$ og $x_i = 20 \cdot (2 + i)$.

Parametrene β_1, β_2 og β_3 estimeres ved brug af en Poisson regressionsmodel.

Hermed er dødeligheden i alder x i kalenderår t angivet ved:

$$\bar{\mu}^{ad,k}(x, t) = \bar{\mu}^{ad,k}(x, 2012)(1 - R(x))^{t-2012}$$

Hvor $R(x)$ betegner Finanstilsynets levetidsforbedringer for 2012.

Analyse baseret på Finanstilsynets benchmark og den fulde bestand med data fra 2008 til 2012 giver følgende estimater:

Danmarks Nationalbanks Pensionskasse under afvikling

	Kvinder	Mænd
β_1	0	0
β_2	0	0
β_3	0	0

Finanstilsynets benchmark for den observerede dødelighed og den forventede levetidsforbedring findes på Finanstilsynets hjemmeside.

Der anvendes samme invalidehyppighed, samme kollektive ægtefælle elementer og samme kollektive børnelementer som på tegningsgrundlaget, jf. kapitel 2.

Kapitel 4

Kapitalværdier

4.1 Oversigt over forsikringsformer

4.1.1 Etlivsforsikringer uden invalideydelse

Renteforsikringer:

210 Livsvarig livrente

211 Opsat livrente

4.1.2 Etlivsforsikringer med invalideydelse

Renteforsikringer:

410 Ophørende aktivrente

415 Ophørende invaliderente

4.1.3 Etlivsforsikringer med kollektive elementer uden invaliditetsydelse

Renteforsikringer:

810 Livsvarig kollektiv ægtefællepension

840 Kollektiv børnerente

850 Kollektiv waisenrente

4.2 Numeriske metoder

Med mindre andet er anført, anvendes Laplace's formel (4.1) med 5 nedstigende differencer ved numerisk beregning af integraler.

4.2.1 Konventioner

a og b er heltallige, medmindre andet er angivet.

For summer og integraler gælder for $a \geq b$:

$$\sum_{j=a}^b f(j) = 0 \quad \text{og} \quad \int_a^b f(t) = 0.$$

4.2.2 Laplace's formel med 5 nedstigende differenser

$$\int_a^b f(t)dt = \Delta f(a) + \sum_{j=a}^{b-1} f(j) - \Delta f(b) \quad (4.1)$$

hvor

$$\Delta f(t) = \frac{1}{k_7} \sum_{j=1}^6 k_j \cdot f(t+j-1)$$

og

$$(k_1, \dots, k_7) = (-41393, 23719, -22742, 14762, -5449, 863, 60480).$$

4.2.3 Trapezformel

$$\int_a^b f(t)dt = \frac{f(a)}{2} + \sum_{j=a+1}^{b-1} f(j) + \frac{f(b)}{2} \quad (4.2)$$

4.2.4 Simpson's kvadraturformel

$$\int_a^b f(t)dt = \frac{1}{6} \cdot \left(f(a) + 4 \cdot \sum_{j=a}^{b-1} f\left(j + \frac{1}{2}\right) + 2 \cdot \sum_{j=a+1}^{b-1} f(j) + f(b) \right) \quad (4.3)$$

4.3 Kapitalværdier uden forsikringselementer

4.3.1 Betegnelser

i betegner den anvendte rente ved opgørelsen af kapitalværdier.

4.3.2 Annuiteter

$$v = \frac{1}{1+i}$$

$$\delta = \ln(1+i)$$

$$\bar{a}_{\overline{n}|} = \frac{1-v^n}{\delta}, \text{ for } n \geq 0$$

4.4 Kapitalværdier for etlivsforsikring uden invaliditetsydelse

4.4.1 Betegnelser

I den generelle form for kapitalværdierne i dette afsnit indgår følgende betegnelser

μ_x betegner dødsintensiteten i alder x .

S_x^d betegner kapitalværdien ved forsikredes død i alder x .

S_x betegner kapitalværdien ved forsikredes oplevelse i alder af x .

ω betegner den aldersuafhængige sandsynlighed for, at eventuelle efterladte børn er forældreløse.

4.4.2 Antagelser

$x \in [1, 120]$.

Børnedødeligheden forudsættes til at være 0.

4.4.3 Begrænsninger

De anførte kapitalværdier skal være ikke-negative.

4.4.4 Dekrementstørrelser

$$\ell_x = \exp\left\{-\int_1^x \mu_t dt\right\}$$

$$D_x = v^x \ell_x$$

4.4.5 Kommutationsfunktioner

$$\begin{aligned}\bar{N}_x &= \int_x^{120} D_t dt \\ N_x^{(m)} &= \frac{1}{m} \sum_{j=0}^{(120-x) \cdot m} D_{x+\frac{j}{m}} \\ \bar{M}_x &= \int_x^{120} D_t \mu_t dt \\ \bar{a}_x &= \frac{\bar{N}_x}{D_x} \\ \bar{a}_{x:\bar{n}|} &= \frac{\bar{N}_x - \bar{N}_{x+n}}{D_x} \\ {}_n|\bar{a}_x &= \frac{\bar{N}_{x+n}}{D_x} \\ {}_n|\bar{a}_{x:\bar{m}|} &= \frac{\bar{N}_{x+n} - \bar{N}_{x+n+m}}{D_x}\end{aligned}$$

4.4.6 Den generelle form for kapitalværdierne

$$K(x, n) = \int_0^n \frac{D_{x+\theta}}{D_x} \cdot \mu_{x+\theta} \cdot S_{x+\theta}^d d\theta + \frac{D_{x+n}}{D_x} \cdot S_{x+n}, \quad (4.4)$$

for $n \in [0, 120 - x]$.

4.4.7 Renteforsikringer

125 Livsbetinget livsforsikring

$$S_{x+\theta}^d = 0, \quad S_{x+n} = 1$$

$$K_{125}(x, n) = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

210 Livsvarig livrente

$n = 0$

$$S_{x+n} = \bar{a}_x$$

$$K_{210}(x) = \bar{a}_x \quad (4.5)$$

211 Opsat livrente

$$S_{x+\theta}^d = 0, \quad S_{x+n} = \bar{a}_{x+n}$$

$$K_{211}(x, n) = {}_n\bar{a}_x$$

4.5 Kapitalværdier for etlivsforsikring med invaliditetsydelse

4.5.1 Betegnelser

I den generelle form for kapitalværdierne i dette afsnit indgår følgende betegnelser:

μ_x^{ad} betegner dødsintensiteten som aktiv i alder x .

μ_x^{id} betegner dødsintensiteten som invalid i alder x .

μ_x^{ai} betegner invalideintensiteten i alder x .

S_x^{ad} betegner kapitalværdien ved forsikredes død i alder x som aktiv.

S_x^{ai} betegner kapitalværdien ved forsikredes invalidet i alder x .

S_x^a betegner kapitalværdien ved forsikredes oplevelse af alder x som aktiv.

S_x^{ii} betegner engangsydelse ved varig invaliditet i alder x .

$S_x^{id}(t)$ betegner kapitalværdien ved forsikredes død i alder x som invalid givet, at invaliditeten er indtrådt i alder t .

$S_x^i(t)$ betegner kapitalværdien ved forsikredes oplevelse af alder x som invalid givet, at invaliditeten er indtrådt i alder t .

$Y_x^i(t)dx$ betegner invalideydelsen mellem alder x og $x + dx$ givet, at invaliditeten er indtrådt i alder t .

4.5.2 Antagelser

Ved indtrædelse antages forsikrede at befinde sig i tilstanden aktiv.

$$\mu_x^{ad} = \mu_x^{id} = \mu_x$$

Hvis $\mu_x^{ai} = 0$ eller der ikke er ydelser ved invaliditet, er modellen identisk med modellen i afsnit 4.4.

4.5.3 Dekrementstørrelser

$\ell_x^{ai} = \exp\{-\int_{x_0}^x \mu_t^{ai} dt\}$, beregnet eksakt eller ved Simpson's kvadraturformel (4.3).

$$\ell_x^a = \ell_x \ell_x^{ai}$$

$$D_x^a = v^x \ell_x^a$$

Ifølge antagelsen om dødsintensiteterne i 4.5.2 gælder der

$$\ell_x^{ad} = \ell_x^{id} = \ell_x \quad \text{og} \quad D_x^{ad} = D_x^{id} = D_x$$

4.5.4 Kommutationsfunktioner

$$\begin{aligned} \bar{N}_x^a &= \int_x^{120} D_t^a dt \\ N_x^{ai} &= \bar{N}_x \cdot \ell_x^{ai} - \bar{N}_x^a \\ \bar{M}_x^{ai} &= \int_x^{120} D_t^a \cdot \mu_t^{ai} dt \\ \bar{a}_x^i &= \bar{a}_x \\ \bar{a}_{x:\bar{n}}^a &= \frac{\bar{N}_x^a - \bar{N}_{x+n}^a}{D_x^a} \\ \bar{a}_{x:\bar{n}}^i &= \bar{a}_{x:\bar{n}} \end{aligned}$$

4.5.5 Den generelle form for kapitalværdierne

$$K(x, n) = \int_0^n \frac{D_{x+\theta}^a}{D_x^a} \cdot (\mu_{x+\theta}^{ad} \cdot S_{x+\theta}^{ad} - \mu_{x+\theta}^{ai} \cdot S_{x+\theta}^{ai}) d\theta + \frac{D_{x+n}^a}{D_x^a} \cdot S_{x+n}^a \quad (4.6)$$

for $n \in [0, 67 - x]$,

hvor

$$S_{x+\theta}^{ai} = S_{x+\theta}^{ii} + \int_0^n \frac{D_{x+\tau}^i}{D_{x+\theta}^i} (\mu_{x+\tau}^{id} \cdot S_{x+\tau}^{id}(x+\theta) + Y_{x+\tau}^i(x+\theta)) d\tau + \frac{D_{x+n}^i}{D_{x+\theta}^i} \cdot S_{x+n}^i(x+\theta)$$

4.5.6 Sumforsikringer

325 Aktivbetinget livsforsikring

$$S_{x+\theta}^{ad} = 0, \quad S_{x+\theta}^{ai} = 0, \quad S_{x+n}^a = 1$$

$$K_{325}(x, n) = \frac{D_{x+n}^a}{D_x^a}$$

$$n \leq 67 - x.$$

4.5.7 Renteforsikringer

410 Ophørende aktivrente

$$n = 0$$

$$S_{x+n}^a = \bar{a}_{x:\overline{n}|}^a$$

$$K_{410}(x, m) = \bar{a}_{x:\overline{m}|}^a$$

$$x + m \leq 67.$$

415 Ophørende invaliderente

$$S_{x+\theta}^{ad} = 0, \quad S_{x+\theta}^{ai} = \bar{a}_{x+\theta:\overline{n-\theta}|}^i, \quad S_{x+n}^a = 0$$

$$K_{415}(x, n) = \bar{a}_{x:\overline{n}|} - \bar{a}_{x:\overline{n}|}^a$$

$$n \leq 67 - x.$$

4.6 Kollektive forsikringer uden invalideydelse

Betegnelser, annuiteter, antagelser, begrænsninger, dekrementstørrelser og kommutationsfunktioner fra afsnittene 4.3 og 4.4 anvendes tillige i dette afsnit.

4.6.1 Betegnelser

μ_x betegner forsikredes dødsintensitet i alder x .

μ_{γ}^E betegner ægtefællens dødsintensitet i alder y .

γ_x betegner intensiteten for overgang fra ugift til gift i alder x .

σ_x betegner intensiteten for overgang fra gift til ugift i alder x af anden årsag end ægtefællens død.

λ_x betegner middelværdien i ægtefællens aldersfordelingen, når forsikrede har alderen x .

s_x betegner spredningen i ægtefællens aldersfordeling, når forsikrede har alderen x .

ν betegner den aldersuafhængige sandsynlighed for, at forsikrede er ugift.

c_x betegner forældreintensiteten i alder x .

$\varphi(y|x)dy$ betegner sandsynligheden for, at en x -årig forsikret gifter sig med en person med alder i intervallet y til $y + dy$.

$u_j(x)$ betegner sandsynligheden for, at en x -årig forsikret er ugift, efter at have været gift netop j gange ($j = 1, 2, 3, \dots$).

$g_j(y|x)dy$ betegner sandsynligheden for, at en x -årig forsikret er gift for j -te gang ($j = 1, 2, 3, \dots$) og at ægtefællen er mellem y og $y + dy$ år gammel.

g_x betegner sandsynligheden for, at en x -årig er gift.

$f(y|x)$ betegner sandsynligheden for, at en x -årig er gift med en person med alder y .

$b(x, r)$ betegner antal børn under r år for en x -årig.

4.6.2 Antagelser

$$x \in [x_0, 125] \quad , \text{ hvor } x_0 = \begin{cases} 15 & , \text{ for mandlige forsikrede} \\ 12 & , \text{ for kvindelige forsikrede} \end{cases}$$

Ægtefællens alder y antages normalfordelt med middelværdi λ_x og spredning s_x . Dvs. $y \sim N(\lambda_x, s_x^2)$.

$$y \in [y_0, y_1] \quad \text{hvor} \quad \begin{aligned} y_0 &= \max\{x - 62, 1\} \\ y_1 &= \min\{x + 62, 125\} \end{aligned}$$

4.6.3 Dekrementstørrelser

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Simpson's kvadraturformel (4.3).

$$\ell_x^\gamma = \exp \left\{ - \int_{x_0}^x \gamma_t dt \right\}$$

$$\ell_x^\sigma = \exp \left\{ - \int_{x_0}^x \sigma_t dt \right\}$$

$$\ell_x^{\bar{A}} = \exp \left\{ - \int_{x_0}^x \mu_t^{\bar{A}} dt \right\}$$

4.6.4 Sandsynlighedsfunktionernes beregning

Ægtefællemodellen

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Trapezformlen (4.2), med mindre andet er anført.

Grænserne x_0, y_0 og y_1 er defineret i afsnit 4.6.2.

$$\varphi(y|x) = \frac{0,3989423}{s_x} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{y - \lambda_x}{s_x} \right)^2 \right\}$$

$$g_x = \sum_{j=1}^3 \int_{y_0}^{y_1} g_j(y|x) dy$$

$$f(y|x) = \frac{1}{g_x} \cdot \sum_{j=1}^3 g_j(y|x),$$

hvor

$$g_j(y|x) = \int_{x_0}^x u_{j-1}(\xi) \cdot \gamma_\xi \cdot \varphi(\xi + y - x|\xi) \cdot \frac{\ell_x^\sigma}{\ell_\xi^\sigma} \cdot \frac{\ell_\gamma^{\bar{A}}}{\ell_{\xi+\gamma-x}^{\bar{A}}} d\xi$$

$$u_j(x) = \int_{y_0}^{y_1} \int_{x_0}^x g_j(\xi + y - x|\xi) \cdot (\sigma_\xi + \mu_{\xi+\gamma-x}^{\bar{A}}) \cdot \frac{\ell_x^\gamma}{\ell_\xi^\gamma} d\xi dy$$

$$u_0(x) = \frac{\ell_x^\gamma}{\ell_{x_0}^\gamma}.$$

Børnemodellen

Beregnet med Simpson's kvadraturformel(4.3) fås:

$$b(x, r) = \int_{x-r}^x C_t dt.$$

4.6.5 Kommutationsfunktioner

Kollektive ægtefælle kommutationsfunktioner

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Trapezformlen (4.2).

$$\bar{a}_{Y_x} = \int_{y_0}^{y_1} \bar{a}_y \cdot f(y|x) dy$$

Kollektive børnekommutationsfunktioner

Integralerne i dette afsnit beregnes ved Simpson's kvadraturformel (4.3).

$${}_r S_x = \int_{x-r}^x c_t \cdot \bar{a}_{r+t-x} dt$$

4.6.6 Den generelle form for kapitalværdierne

Der henvises til (4.4), der er kapitalværdien i afsnit 4.4.6 med den rettelse, at $n \in [0, 125 - x]$.

4.6.7 Renteforsikringer

810 Livsvarig kollektiv ægtefællepension

$$n = 125 - x$$

$$S_{x+\theta}^d = g_{x+\theta} \cdot \bar{a}_{Y_{x+\theta}}, \quad S_{x+n} = 0$$

$$K_{810} = \int_0^{125-x} \frac{D_{x+\theta}}{D_x} \cdot \mu_{x+\theta} \cdot g_{x+\theta} \cdot \bar{a}_{Y_{x+\theta}} d\theta$$

840 Kollektiv børnerente

r betegner udløbsalderen for børnerenten.

$$n = 125 - x$$

$$S_{x+\theta}^d = {}_rS_{x+\theta}, \quad S_{x+n} = 0$$

$$K_{840}(x, r) = \int_0^{125-x} \frac{D_{x+\theta}}{D_x} \cdot \mu_{x+\theta} \cdot {}_rS_{x+\theta} d\theta$$

$$r \leq 24.$$

Børnerenten ophører dog senest ved det enkelte barns død.

850 Kollektiv waisenrente

r betegner udløbsalderen for børnerenten.

$$n = 125 - x$$

$$S_{x+\theta}^d = \omega \cdot {}_rS_{x+\theta}, \quad S_{x+n} = 0$$

$$K_{850}(x, r) = \omega \cdot K_{840}(x, r)$$

$$r \leq 24.$$

Waisenrenten ophører dog senest ved det enkelte barns død.